

SECTION 1.5

EXERCISE #17

1.5.17 Let $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$. If possible, find a

matrix C such that $ACA = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.

Solution

Notice that $A^{-1}(ACA)A^{-1} = (A^{-1}A)C(AA^{-1}) = ICI = C,$

$$\text{So } C = A^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} A^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 6 & 11 \\ -1 & 7 & 10 \\ 11 & 8 & 22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 46 & 33 & 30 \\ 39 & 29 & 26 \\ 99 & 68 & 63 \end{bmatrix}} \quad \square$$